

Invenția se referă la construcția de mașini, și anume la transmisiile planetare procesionale.

Este cunoscută o transmisie dințată precesională, care conține o roată conică precesională angrenată cu o roată conică centrală, în care dinții roții satelit sunt executați cu profilul rectiliniu, iar dinții roții centrale – cu profilul în arc de cerc, cu originea razei, amplasată pe normala ridicată din punctul de contact al dinților conjugați, trecătoare prin punctul de intersecție a liniei de înclinare a desfășurării dinților cu profilul în arc de cerc echidistant de profilul rectiliniu [1].

Dezavantajul acestei soluții constă în executarea profilurilor dinților cu aproximare, care conduce la diminuarea preciziei cinematice a transmisiei și la conjugarea dinților cu prezența alunecării cu frecare între flancurile dinților conjugați, fapt ce presupune majorarea pierderilor energetice în angrenare și diminuarea randamentului mecanic.

De asemenea, se cunoaște o transmisie planetară procesională cu angrenare prin bolțuri conice, care conține o carcasă, în care sunt amplasați coaxial doi arbori cu manivelă și condus, o roată satelit cu două coroane dințate conice, montată pe porțiunea înclinată a arborelui cu manivelă între două roți conice centrale fixă, legată rigid cu capacul carcusei și mobilă, legată cu arborele condus. Coroanele roții satelit sunt executate din bolțuri conice, asamblate cu arcuri între ele, fapt ce asigură coroanelor o flotație axială și radială, și, în consecință, se diminuează influența erorilor de execuție și de montare asupra distribuirii sarcinii în angrenarea prin bolțuri [2].

Soluția se caracterizează prin dezavantaje, care limitează extinderea utilizării acesteia prin următoarele:

- capacitatea de încărcare a contactului dinte-bolț este limitată de raza mediană a bolțurilor conice, care nu poate depăși jumătate din pasul dinților, iar angrenarea dinților în majoritatea perechilor portante este executată cu contact convex-convex și convex-rectiliniu;
- bolțurile conice necesită precizie înaltă a dimensiunilor de fabricare și o poziționare axială individuală a acestora, de care depinde uniformitatea de distribuire a sarcinii între perechile de dinți concomitent angrenate;
- coroanele satelitului executate din bolțuri conice determină o fabricare irațională, dificilă și uneori imposibilă a angrenajelor cu diametre ≤ 50 mm.
- costul de producere și asamblare a angrenajului cu bolțuri este relativ mai mare și necesită o precizie înaltă de execuție și montare.

Problema tehnică pe care le rezolvă invenția constă în crearea unei transmisii planetare procesionale, care ar asigura majorarea capacității portante și a randamentului mecanic, majorarea posibilităților cinematice și funcționale, precum și majorarea posibilităților de utilizare și aplicare a transmisiei.

Problema se rezolvă prin aceea, că sunt propuse două transmisiile planetare procesionale, prima transmisie conține o carcasă, în care sunt amplasate o roată satelit cu două coroane dințate conice, un arbore cu manivelă și două roți dințate conice centrale fixă, legată rigid cu capacul carcusei, și mobilă, legată cu un arbore condus. Angrenarea dinților este executată cu contact convex-concav al flancurilor dinților cu diferența mică a razelor de curbura a profilurilor dinților conjugați. Dinții roților dințate conice centrale sunt executați cu profilul de flanc curbiliniu cu curbura variabilă cu numărul de dinți ± 1 față de numărul de dinți al coroanelor dințate conice ale roții satelit, executați cu profilul de flanc în arc de cerc. Flancurile dinților sunt angrenate cu acoperire frontală ε_f cuprinsă în limitele $1,5 \leq \varepsilon_f \leq 4,0$ perechi de dinți simultan conjugate, totodată roțile dințate conice sunt executate cu unghiul axoidei conice δ în limitele $0^\circ \leq \delta \leq 30^\circ$, cu unghiul de nutație θ dintre axele manivelei și ale roților dințate conice centrale în limitele $1,5^\circ \leq \theta \leq 7^\circ$ și cu raza arcului de cerc r a profilului de flanc al dinților coroanelor dințate conice ale roții satelit în limitele $1,0D/Z \leq r \leq 1,57D/Z$, mm, unde D este diametrul median al angrenajului, iar Z este numărul de dinți al coroanelor dințate conice ale roții satelit.

A doua transmisie conține o carcasă, în care sunt amplasate o roată satelit cu două coroane dințate conice, un arbore cu manivelă și două roți dințate conice centrale fixă, legată rigid cu capacul carcusei, și mobilă, legată cu un arbore condus. Cel puțin una din coroanele dințate conice ale roții satelit este executată cu bolțuri conice cu numărul de bolțuri ± 1 față de numărul de dinți al roții dințate conice centrale cu care angrenează, totodată angrenarea este executată cu contact convex-concav al flancurilor dinților și bolțurilor cu diferența mică a razelor de curbura. Dinții roților dințate conice centrale sunt executați cu profilul de flanc curbiliniu cu curbura variabilă, iar dinții și bolțurile coroanelor roții satelit sunt executați cu profilul de flanc în arc de cerc. Flancurile dinților și bolțurilor în angrenarea cu bolțuri și a dinților în angrenarea dințată sunt conjugate simultan cu acoperire frontală ε_f de până la 100% perechi de dinți și bolțuri și, respectiv, în limitele $1,5 \leq \varepsilon_f \leq 4,0$ perechi de dinți; totodată roțile dințate conice sunt executate cu unghiul axoidei conice δ în limitele $0^\circ \leq \delta \leq 30^\circ$, cu unghiul de nutație θ dintre axele manivelei și ale roților dințate conice centrale în limitele $1,5^\circ \leq \theta \leq 7^\circ$ și cu raza arcului de cerc r a profilului de flanc al dinților coroanelor dințate conice ale roții satelit în limitele $1,0D/Z \leq r \leq 1,57D/Z$, mm, unde D este diametrul median al angrenajului, iar Z este numărul de dinți și/sau bolțuri al coroanelor dințate conice ale roții satelit; coroana dințată conică cu bolțuri este executată cu unghiul axoidei conice δ în limitele $0^\circ < \delta < 0^\circ$ și, respectiv, cu unghiul de presiune între flancurile dinților conjugați α în limitele $45^\circ < \alpha < 45^\circ$.

Dinții roților dințate conice centrale și ale coroanelor dințate conice ale roții satelit pot fi executați înclinat. Roata satelit poate fi montată pe un sprijin sferic, amplasat pe arbore condus, în centrul ei de precesie și coaxial cu roata dințată conică centrală mobilă, totodată roata satelit poate fi dotată cu un semiax, la capătul căruia este montat un rulment, legat cinematic cu arborele cu manivelă.

Rezultatul tehnic ale invenției constă în majorarea capacității portante a transmisiei prin realizarea angrenării dinților cu contacte convex-concav al flancurilor dinților cu diferența mică a razelor de curbura a profilurilor dinților conjugați, inclusiv prin majorarea lungimii liniei sumare de contact a dinților înclinați; majorarea randamentului

mecanic realizat prin modificarea formei dinților, micșorarea unghiului de presiune între flancurile conjugate, inclusiv prin majorarea cotei de rostogolire a dinților în angrenare și diminuarea alunecării relative de frecare între flancuri, cu reducerea gradului de acoperire frontală și creșterea compensatorie a gradului de acoperire longitudinală cu rostogolire pură a dinților în cadrul interacțiunii sferospațiale a roților conjugate cu unghiul de nutație θ ; majorarea posibilităților cinematice și funcționale.

Invenția se explică prin desenele din fig. 1 – 20, care reprezintă:

- fig. 1, schema transmisiei planetare precesionale, conform primei realizări, a) în secțiune, b) în axonometrie;
- fig. 2, schema transmisiei planetare precesionale, conform primei realizări, a) în secțiune cu roata satelit executată din masă plastică prin injectare, b) în secțiune cu roata satelit executată din pulberi metalice presate prin sinterizare;
- fig. 3, traiectoria mișcării originii razei arcului de cerc r cu originea în punctul G ;
- fig. 4, descrierea profilului de flanc al dinților roții centrale fixe;
- fig. 5, contactul dinților în angrenare, a) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=100\%$, b) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=66,6\%$;
- fig. 6, evoluția punctului de contact al dinților în angrenare, a) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=100\%$, b) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=66,6\%$;
- fig. 7, geometria dinților modificați prin realizarea vârfurilor în angrenare, a) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=100\%$, b) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=66,6\%$;
- fig. 8, angrenarea dinților cu contact convex-concav al flancurilor dinților cu diferența mică a razelor de curbura a profilurilor dinților conjugați cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=27,58\%$;
- fig. 9, evoluția varierii geometriei contactului dinților cu trei, două și patru perechi de dinți aflate simultan în câmpul de angrenare;
- fig. 10, cinematica și profilurile dinților în angrenarea $(Z_1 - Z_2)$ și $(Z_3 - Z_4)$, a) cu funcționare în regim de reductor, b) cu funcționare în regim de multiplicator;
- fig. 11, geometria contactului dinților și poziționarea relativă a flancurilor dinților conjugați în contactul k_1 pentru: a) $Z_1=Z_2-1$, $\delta=22,5^\circ$; b) $Z_1=Z_2+1$, $\delta=22,5^\circ$, c) $Z_1=Z_2+1$, $\delta=0^\circ$;
- fig. 12, profilurile și unghiul de presiune între flancurile dinților roților centrale, a) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=100\%$, b) cu acoperirea frontală $\varepsilon_f=73\%$;
- fig. 13, cinematica și geometria contactului dinților, a) în angrenarea (Z_3-Z_4) cu $Z_4=Z_3-1$, b) roata satelit și roțile centrale simultan angrenate cu câte trei perechi de dinți, c) în angrenarea (Z_1-Z_2) cu $Z_1=Z_2-1$;
- fig. 14, schema grafică a angrenării, a) vitezele liniare în punctul de contact V_{E_1} , V_{E_2} , V_{al} , b) diferența razelor de curbura $(\rho_{k_1} - r)$, c) ale profilurilor conjugate în contactul k_i , în funcție de ψ pentru $Z_1=Z_2-1$ și $\delta=22,5^\circ$, $Z_1=24$, $Z_2=25$, $\Theta=3,5^\circ$, $\delta=22,5^\circ$, $r=6,27$ mm și $R=75$ mm;
- fig. 15, evoluția varierii liniei sumare de contact al dinților înclinați în funcție de ψ ;
- fig. 16, contactul dinților înclinați cu unghiul β_g amplasat în câmpul de angrenare, a) cu o pereche de dinți conjugați frontal, b) cu două perechi de dinți conjugați frontal;
- fig. 17, schema transmisiei planetare precesionale cu angrenarea (Z_3-Z_4) din bolțuri ($\delta=0$) cu unghiul de presiune între flancurile conjugate $\alpha \leq 45^\circ$ pentru coraportul numerelor de dinți conjugați $Z_4=Z_3+1$, conform celei de-a doua realizare, a) în secțiune, b) în axonometrie;
- fig. 18, schema transmisiei planetare precesionale cu angrenarea (Z_3-Z_4) din bolțuri ($\delta > 0$) cu unghiul de presiune între flancurile conjugate $\alpha \geq 45^\circ$ pentru coraportul numerelor de dinți conjugați $Z_4=Z_3+1$ (pentru funcționare în regim de multiplicator), conform celei de-a doua realizare, a) în secțiune, b) în axonometrie;
- fig. 19, transmisia planetară precesională cu roata satelit montată pe un sprijin sferic și cu contact convex-concav, și diferența numerelor de dinți conjugați $Z_{1(4)} = Z_{2(3)} - 1$.

Transmisia planetară precesională, conform primei realizări, (fig. 1 și 2) conține carcasa 1, în care sunt amplasate roata satelit 2 cu două coroane dințate conice 3 și 4, instalată pe porțiunea înclinată a arborelui cu manivelă 5, două roți dințate conice centrale fixă 6, legată rigid cu capacul carcasei 1, și mobilă 7, legată cu arborele condus 8. Angrenarea dinților este executată cu contact convex-concav al flancurilor dinților cu diferența mică a razelor de curbura a profilurilor dinților conjugați, totodată dinții roților dințate conice centrale sunt executați cu profil de flanc curbiliniu cu curbura variabilă cu numărul de dinți ± 1 față de numărul de dinți ale coroanelor dințate conice ale roții satelit, executați cu profil de flanc în arc de cerc; flancurile dinților sunt angrenate cu acoperire frontală ε_f cuprinsă în limitele $1,5 \leq \varepsilon_f \leq 4,0$ perechi de dinți aflate simultan conjugate, totodată roțile dințate conice sunt executate cu unghiul axoidei conice δ în limitele $0^\circ \leq \delta \leq 30^\circ$, cu unghiul de nutație Θ dintre axele manivelei și ale roților dințate conice centrale în limitele $1,5^\circ \leq \Theta \leq 7^\circ$ și cu raza arcului de cerc r a profilului de flanc al dinților coroanelor dințate conice ale roții satelit în limitele $1,0D/Z \leq r \leq 1,57D/Z$, mm, unde D este diametrul median al angrenajului, iar Z este numărul de dinți al coroanelor dințate conice ale roții satelit.

Transmisia planetară precesională, conform celei de-a doua realizare, (fig. 17 și 18) cel puțin una din coroanele dințate conice ale roții satelit 2 este executată cu bolțuri conice cu numărul de bolțuri ± 1 față de numărul de dinți ale roții dințate conice centrale cu care angrenează, totodată angrenarea este executată cu contact convex-concav al flancurilor dinților și bolțurilor cu diferența mică a razelor de curbura. Dinții roților dințate conice centrale sunt executați cu profil de flanc curbiliniu cu curbura variabilă, iar dinții și bolțurile coroanelor roții satelit sunt executați

cu profil de flanc în arc de cerc. Flancurile dinților și bolțurilor în angrenarea cu bolțuri și a dinților în angrenarea dințată sunt conjugate simultan cu acoperire frontală ε_f de până la 100% perechi de dinți și bolțuri și, respectiv, în limitele $1,5 \leq \varepsilon_f \leq 4,0$ perechi de dinți; totodată roțile dințate conice sunt executate cu unghiul axoidei conice δ în limitele $0^\circ \leq \delta \leq 30^\circ$, cu unghiul de nutație θ dintre axele manivelei și ale roților dințate conice centrale în limitele $1,5^\circ \leq \theta \leq 7^\circ$ și cu raza arcului de cerc r a profilului de flanc al dinților și/sau al bolțurilor coroanelor dințate conice ale roții satelit în limitele $1,0D/Z \leq r \leq 1,57D/Z$, mm, unde D este diametrul median al angrenajului, iar Z este numărul de dinți și/sau bolțuri al coroanelor dințate conice ale roții satelit. Coroana dințată conică cu bolțuri este executată cu unghiul axoidei conice δ în limitele $0^\circ < \delta = 0^\circ$ și, respectiv, cu unghiul de presiune α între flancurile dinților conjugați în limitele $45^\circ < \alpha \leq 45^\circ$.

Dinții coroanelor dințate conice 3 și 4 ale roții satelit 2 sunt executați cu profil de flanc în arc de cerc, iar dinții roților dințate conice centrale 6 și 7 – cu profil de flanc curbiliniu cu curbură variabilă, dependente de unghiurile θ și δ , de raza arcului de cerc r , de numărul și coraportul numerelor de dinți ai angrenărilor $(Z_1 - Z_2)$ și $(Z_3 - Z_4)$, configurația valorilor numerice ale cărora influențează modificarea formei profilului dinților, determină gradul lor de acoperire frontală, exprimat prin numărul perechilor de dinți concomitent aflate în angrenare ε_f , mărimea unghiului de presiune α între flancurile conjugate și viteza de alunecare cu frecare între flancuri.

Abordările ce urmează referitoare la crearea angrenării precesionale cu roți dințate, prezentată în fig. 1, sunt valabile atât pentru transmisiile cinematice cu roți injectate din mase plastice, cât și pentru transmisiile cinematice cu roți presate prin sinterizare din pulberi metalice prezentate, respectiv, în fig. 2 a) și b).

Transmisia planetară precesională, conform primei realizări, funcționează în modul următor.

La rotirea arborelui cu manivelă 5, roții satelit 2 (fig. 1 și 2) i se comunică mișcare sferospațială în jurul unui punct fix, care prin coroanele sale dințate conice 3 și 4 interacționează cu roata dințată conică centrală fixă 6 și, respectiv, cu roata dințată conică centrală mobilă 7.

Diferența numerelor de dinți ai roților angrenate este de doar un dinte, iar coraportul numeric al dinților este:

$$Z_1 = Z_2 - 1 \text{ și } Z_4 = Z_3 - 1. \quad (1)$$

Datorită faptului că roata dințată conică centrală 6 este fixată de capacul carcasei 1, iar roata dințată conică centrală 7 este montată pe arborele condus 8, la rotirea arborelui cu manivelă 5 cu frecvența rotațiilor electromotorului, arborele condus 8 se va roti cu frecvența rotațiilor redusă cu raportul de transmitere i_{HV}^b :

$$i_{HV}^b = - \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4}. \quad (2)$$

În general, la transmiterea mișcării și sarcinii prin angrenajele $(Z_1 - Z_2)$ și $(Z_3 - Z_4)$ cu coraportul numerelor de dinți $Z_{1(4)} = Z_{2(3)} \pm 1$, sensul rotirii arborelui condus 8 coincide sau nu coincide cu direcția de intrare a arborelui de intrare cu manivelă 5.

În cazul în care $Z_2 > Z_3$ arborele cu manivelă 5 și arborele condus 8 se rotesc în contrasens, iar în cazul în care $Z_2 < Z_3$ în același sens.

Acoperirea frontală a angrenării dinților roților conjugate în transmisia precesională este determinată de trei condiții constructiv-cinematice interdependente, și anume: de mișcarea sferospațială a roții satelit cu un punct fix, în care se intersectează prelungirile generatoarelor dinților roților angrenate; diferența dintre numărul de dinți al danturilor roților angrenate este de $Z_1 = Z_2 \pm 1$ și $Z_4 = Z_3 \pm 1$, iar diferența dintre numărul de dinți al coroanelor roții satelit poate fi de $Z_2 = Z_3 \pm 1$; respectarea principiului asigurării continuității funcției de transformare a mișcării de rotație, deci $\omega_1 / \omega_8 = const.$

S-a constatat că acoperirea frontală (multiplicitatea absolută) a angrenării (100%) cu respectarea celor trei condiții poate avea loc doar în cazul utilizării angrenării cu contact convex-concav variabil al flancurilor dinților, de regulă a roților centrale 6 și 7, dependent de valorile unghiurilor axoidei conice δ și de nutație θ și de raza r a curburii profilurilor dinților coroanelor 3 și 4 ale roții satelit 2, precum și de numărul dinților roților Z și de coraportul acestora ± 1 (fig. 1 și 2).

Capacitatea portantă și randamentul mecanic al transmisiei planetare precesionale, conform primei realizări, se propune a fi majorate prin realizarea următoarelor soluții tehnice:

- crearea contactelor între flancurile dinților cu geometrie convex-concavă cu diferența mică a razelor de curbură a profilurilor dinților conjugați;
- asigurarea unghiurilor minime de presiune între flancurile dinților conjugați;
- asigurarea vitezei relative minime de alunecare cu frecare între flancurile dinților conjugați;

- micșorarea multiplicității angrenării frontale și din contul acesteia majorarea gradului de acoperire longitudinală cu rostogolire pură a dinților în cadrul interacțiunii sferospațiale a roților conjugate.

Condițiile constructiv-cinematice și soluțiile tehnice distinctive menționate mai sus, constituie baza elaborării transmisiei planetare precesionale pentru prima realizare a transmisiei, atât pentru transmisiile de putere prezentate în fig. 1, cât și pentru transmisiile cinematice prezentate în fig. 2.

Elaborarea transmisiei planetare precesionale, conform primei realizări, cuprinde următoarele abordări și soluții tehnice:

1. Crearea contactului cu geometrie convex-concavă între flancurile dinților cu diferența mică a razelor de curbură a profilurilor dinților conjugate.

Pentru crearea contactului convex-concav al dinților angrenați cu mișcare sferospațială, profilul dinților roții satelit 2 se descrie cu o curbă arbitrară *LEM*, spre exemplu, în arc de cerc de raza r cu originea în punctul G (fig. 3), care aparține dinților roții satelit 2.

Din ecuațiile Euler, luând în considerare relația cinematică dintre unghiurile φ și ψ exprimată prin $\varphi = -Z_1/Z_2 \psi$ (2), obținem coordonatele X_G, Y_G, Z_G ale originii punctului G a razei arcurilor de cerc r , în funcție de unghiul de rotație ψ a arborelui cu manivelă:

$$X_G = R \cos \delta \left[-\cos \psi \sin \left(\psi \frac{Z_1}{Z_2} \right) + \sin \psi \cos \left(\psi \frac{Z_1}{Z_2} \right) \cos \theta \right] \quad (3)$$

$$-R \sin \delta \sin \psi \sin \theta,$$

$$Y_G = -R \cos \delta \left[\sin \psi \sin \left(\psi \frac{Z_1}{Z_2} \right) + \cos \psi \cos \left(\psi \frac{Z_1}{Z_2} \right) \cos \theta \right] \quad (4)$$

$$+R \sin \delta \cos \psi \sin \theta,$$

$$Z_G = -R \cos \delta \cos \left(\psi \frac{Z_1}{Z_2} \right) \sin \theta - R \sin \delta \cos \theta. \quad (5)$$

Originea punctului G a razei arcului de cerc r , cu care arbitrar sunt descriși dinții coroanelor 3 și 4 ale roții satelit 2 (fig. 2), se mișcă pe suprafața sferei cu raza R cu originea în centrul de precesie O , descriind traiectoria $\zeta_1 = f(\xi_1)$, exprimată prin coordonatele X_G, Y_G, Z_G (fig. 3).

Traectoria mișcării punctului G a razei arcului de cerc r cu curbura arbitrară *LEM* de pe sfera cu raza R se proiectează pe planul P_1 , utilizând regulile trigonometriei sferice. Astfel, se obține traiectoria T_G a mișcării originii punctului G a razei arcului de cerc r pe planul P_1 , exprimată prin dependența $\zeta_1 = f(\xi_1)$.

Cunoscând traiectoria $\zeta_1 = f(\xi_1)$ a mișcării originii punctului G a razei arcului de cerc r , exprimată în coordonatele X_G, Y_G, Z_G (fig. 4), se determină poziția punctului de contact E al profilurilor flancurilor dinților conjugate cu angrenarea $(Z_1 - Z_2)$ și $(Z_3 - Z_4)$ pentru orice poziție unghiulară ψ a arborelui cu manivelă 5.

Familia punctelor de contact E , obținută în cadrul unui ciclu de precesie $0 < \psi < 2\pi Z_2/Z_1$ reprezintă profilul dinților roților centrale fixă 6 sau mobilă 7.

Pentru descrierea profilurilor de flanc ale dinților roților centrale 6 și 7 se determină proiecțiile vectorului vitezei V_G pe axele de coordonate ale sistemului mobil $OX_1Y_1Z_1$ în funcție de viteza unghiulară a arborelui cu manivelă 5 (fig. 1 și 2).

Pentru determinarea poziției punctului de contact E al dinților pe suprafața sferică, se identifică ecuația unui plan P_2 , trasat perpendicular pe vectorul vitezei V_G , care trece prin centrul de precesie O și originea punctului G a razei arcului de cerc r . Ecuația planului P_2 poate fi scrisă prin expresia:

$$[OG \times OC] \times V_G = \mathbf{0}, \quad (6)$$

unde, OG și OC sunt vectori care stabilesc poziția originii punctului G a razei arcului de cerc r a dintelui satelitului în arc de cerc și, respectiv, a unui punct arbitrar C al planului P_2 în raport cu originea sistemului imobil de coordonate $OXYZ$ (fig. 3).

Produsul vectorial $[OG \times OC]$ (6) se exprimă în formă de determinant de ordinul trei și, deschizându-l după elementele primului rând, se obține:

$$[OG \times OC] = i(Y_G Z - Z_G Y) + j(Z_G X - X_G Z) + k(X_G Y - Y_G X), \quad (7)$$

în care, X_G, Y_G, Z_G sunt coordonatele originii punctului G a razei arcului de cerc r al profilului dinților roții satelit în arc de cerc; X, Y, Z - coordonatele punctului arbitrar C pe planul P_2 .

Dacă punctul de contact al dinților E este amplasat pe sfera cu raza R , atunci coordonatele lui satisfac ecuația acesteia:

$$X_E^2 + Y_E^2 + Z_E^2 - R^2 = 0. \quad (8)$$

Din figura 4 se observă că unghiul dintre vectorii poziției originii punctului G a razei arcului de cerc r a dintelui în arc de cerc OG al roții satelit și vectorul poziției punctului de contact E al dinților OE reprezintă unghiul de cuprindere β de la centrul de precesie O a razei r a profilului dinților roții satelit în arc de cerc, din care rezultă:

$$OG \cdot OE = R^2 \cos \beta \quad (9)$$

sau

$$X_E Z_G + X_E Y_G + Z_E Z_G - R^2 \cos \beta = 0. \quad (10)$$

Din ecuația (10) se determină:

$$X_E = (R^2 \cos \beta - Y_E Y_G - Z_E Z_G) / X_G. \quad (11)$$

Pentru determinarea coordonatei Y_E a punctului de contact al dinților E , se înlocuiește (11) în (8) și se obține:

$$Y_E = k_1 Z_E - d_1, \quad (12)$$

iar, înlocuind (12) în (11), se obține expresia coordonatei X_E a punctului de contact:

$$X_E = k_2 Z_E + d_2, \quad (13)$$

unde,

$$k_1 = \left[X_G \left(X_G \cdot \dot{X}_G + Y_G \dot{Y}_G \right) + Z_G^2 \dot{X}_G \right] / \left(X_G \dot{Y}_G - Y_G \dot{X}_G \right) Z_G$$

$$d_1 = R^2 \cos \beta \dot{X}_G / \left(X_G \dot{Y}_G - Y_G \dot{X}_G \right) \quad (14)$$

$$k_2 = -(k_1 Y_G + Z_G) / X_G$$

$$d_2 = (R^2 \cos \beta + d_1 Y_G) / X_G.$$

Înlocuind (12) și (13) în (8) și, având în vedere că curba profilului dinților roții centrale este echidistantă de traiectoria mișcării originii punctului G a razei arcului de cerc r , iar pentru orice unghi de rotație ψ al arborelui cu manivelă trebuie să se îndeplinească condiția $Z_E < Z_G$, coordonata Z_E poate fi determinată prin relația:

$$Z_E = \frac{(k_1 d_1 - k_2 d_2) - [(k_1 d_1 - k_2 d_2)^2 + (k_1^2 + k_2^2 + 1)(R^2 - d_1^2 - d_2^2)]^{1/2}}{(k_1^2 + k_2^2 + 1)}. \quad (15)$$

Relațiile (12), (13) și (15) determină coordonatele X_E, Y_E și Z_E ale punctului de contact E al dinților, mulțimea cărora în cadrul unui ciclu de precesie reprezintă profilul de flanc al dinților roții centrale, plasat pe sfera de raza R . Din analiza ecuațiilor (12), (13) și (15) se constată că profilul de flanc al dinților roților centrale este variabil dependent de numărul de dinți Z_2 , de coraportul numerelor de dinți ai roților angrenate $Z_1 = Z_2 - 1$ sau $Z_1 = Z_2 + 1$, de unghiurile axoidei conice δ , de nutație θ și de cuprindere la centrul de precesie a razei de curbura a profilului în arc de cerc β a dinților roții satelit.

Angrenajul precesional fiind conic, cu prelungirile generatoarelor intersectate în centrul de precesie, este oportun să fie redat profilul dinților în secțiune normală, spre exemplu, în planul P_1 trasat prin punctele E_1 și E_2 perpendicular pe planul $OE_1 E_2$ (fig. 4).

Coordonatele X_E, Y_E și Z_E ale punctelor E_1 și E_2 de pe profilul dinților pe sferă se determină din relațiile (12), (13) și (15) pentru unghiurile de precesie $\psi = 0$ și $\psi = 2\pi Z_2 / Z_1$, corespunzătoare unui ciclu de precesie.

Utilizând regulile trigonometriei sferice, proiectăm profilul dinților de pe sfera cu raza R pe planul P_1 .

Pentru proiectarea profilului dinților roții centrale în două coordonate ζ și ξ în planul P_1 , se trasează sistemul de coordonate $E_1\xi\zeta$ cu originea în punctul E_1 , a cărui axă $E_1\xi$ trece prin punctul E_2 (fig. 5). De la coordonatele X_N , Y_N și Z_N se trece la coordonatele ζ și ξ , utilizând relațiile:

$$\xi = \frac{\left[(E_1E_2)^2 + v_1^2 - v_2^2 \right]}{2(E_1E_2)}, \quad \zeta = \sqrt{v_1^2 - \xi^2}. \quad (16)$$

Expresiile (16) reprezintă coordonatele punctelor curbei, familia cărora constituie profilul de flanc al dinților roții centrale, proiectat pe planul P_1 , exprimat în formă parametrică cu varierea unghiului de precesie de la $\psi = 0$ până la $\psi = 2\pi Z_2/Z_1^2$.

Pentru proiectarea traiectoriei mișcării originii punctului G a arcurilor de cerc în 2D, se trece de la coordonatele X_n , Y_n și Z_n la coordonatele carteziene ξ_1 , ζ_1 utilizând relațiile:

$$\xi_1 = \frac{\left[(E_1E_2)^2 - S_1^2 - S_2^2 \right]}{2(E_1E_2)}, \quad \zeta_1 = \sqrt{S_1^2 - \xi_1^2}. \quad (17)$$

Funcția ξ_1 de ζ_1 (17) reprezintă proiecția traiectoriei mișcării originii punctului G a arcurilor de cerc pe planul P_1 , iar funcția ξ de ζ (16) reprezintă profilul de flanc al dinților roții centrale proiectat pe planul P_1 .

Configurația valorică a parametrilor Z , r , δ și θ influențează forma profilului de flanc al dinților roților centrale și asigură acoperirea frontală de referință a dinților de până la 100% a perechilor de dinți aflate simultan în câmpul de angrenare. În transmisia precesională prezentată în figura 1 cu angrenarea dinților $(Z_1 - Z_2)$ și $(Z_3 - Z_4)$ pot fi cu aceeași sau cu diferită acoperire frontală (multiplicitate) de referință a angrenării dinților.

2. Transformarea geometriei contactului dinților în angrenarea precesională în funcție de unghiul de precesie ψ și soluții distinctive de creare a contactului convex-concav cu diferență mică a razelor de curbură.

Profilurile dinților roților centrale sunt prezentate prin funcțiile $\zeta = f(\xi)$ construite după relațiile (17), iar ale dinților roții satelit sunt prescrise în arc de cerc cu raza r .

Parametrii de formă generalizatori ai contactului dinților în angrenajele transmisiilor mecanice sunt raza de curbură echivalentă a profilurilor dinților și parametrii diferenței curburilor flancurilor conjugate.

În cadrul proiectării geometriei contactului dinților în angrenajul precesional, s-a admis că *LEM* este o curbă de forma arcului de cerc (fig. 5 a, b), care prescrie profilul dinților coroanelor roții satelit cu mișcare sferospațială cu un punct fix, iar curba E_1ECE_2 (fig. 6 a) reprezintă profilul flancurilor dinților roții centrale, exprimat prin înfășurătoarele familiilor arcurilor de cerc *LEM* de raza r cu originea punctului G amplasată pe traiectoria mișcării acestuia în cadrul unui ciclu de precesie $0 < \psi < 2\pi$.

Pentru a aborda gradul de influență a parametrilor geometrice și cinemati ai angrenajului asupra geometriei contactului dinților și cinematicii punctului lor de contact în analizele ce urmează, vor fi prezentate analize pentru angrenaje cu parametri concreți.

În fig. 5 este prezentată profilograma contactului profilurilor de flanc al dinților conjugați proiectată pe planul P_1 , în care concomitent se află în angrenare 100% (fig. 5 a) și, respectiv, 66,6% perechi de dinți (fig. 5 b) denumită acoperire frontală (multiplicitate frontală) de referință a angrenării.

Se admite că în mișcarea sferospațială a roții satelit, în poziția arborelui cu manivelă cu unghiul de precesie $\psi=0$, profilul dinților roții satelit în arc de cerc *LEM* contactează cu profilul activ al dinților roții centrale E_1EC în punctul E (fig. 5 a) sau cu profilul activ al dinților E_1EE_N (fig. 5 b). Odată cu creșterea unghiului de precesie $0 < \psi < \pi$, punctul de contact E al arcurilor de cerc *LEM* și al profilului activ E_1EC al dinților roții centrale migrează din punctul E_1 , când $\psi=0$, către punctul C , când $\psi=\pi$ (fig. 5 a), sau către punctul E_N (fig. 5 b).

Geometric, amplasarea punctelor de contact E (fig. 5) ale profilurilor dinților roții satelit pe profilul activ al dinților roții centrale este definită de unghiul de precesie ψ al arborelui cu manivelă cu localizarea prezentată în figura 6: a) – pentru angrenarea cu multiplicitatea frontală de referință $\varepsilon_f = 100\%$ și b) – pentru angrenarea cu $\varepsilon_f = 66,6\%$.

Pe curbele $\zeta_1=f(\xi_1)$ sunt amplasate originile punctului G al arcurilor de cerc ale profilului dinților roții satelit, iar pe curbele $\zeta=f(\xi)$ – contactele $k_1, k_2, k_3 \dots k_n$ ale perechilor de dinți *roata satelit – roata centrală* concomitent angrenate la diferite poziții unghiulare ale arborelui cu manivelă.

Poziția originilor punctului G ale arcurilor de cerc, amplasate pe curba $\zeta_1=f(\xi_1)$, notate cu p. 1, 2, 3...i, corespund unghiurilor de precesie ψ ale arborelui cu manivelă în creștere de la o pereche de dinți la alta cu pasul unghiular $\psi = 360 \cdot Z_2/Z_1^2$.

În funcție de faza de precesie a roții satelit, determinată de unghiul de precesie ψ al arborelui cu manivelă, fiecare pereche de dinți *roata satelit – roata centrală* trece prin trei forme geometrice de contact, și anume de la convex-concavă în contactele k_0 , k_1 și k_2 , situate în zona de picior a dinților roții centrale, la convex-rectilinie în contactele k_3 și k_4 , situate în zona de trecere a profilului dinților roții centrale de la curbura concavă la cea convexă și cea convex-convexă în contactele $k_5...k_{14}$ (fig. 6 a) și, respectiv, $k_5...k_8$ (fig. 6 b), situate în zona de vârf a dinților roții centrale. Conform invenției, pentru majorarea capacității portante a contactului dinților se propune forma geometrică convex-concavă, iar având în vedere teoria clasică a contactului dintre corpuri deformabile, diferența razelor de curbură a profilurilor flancurilor dinților conjugați trebuie să fie minimă. Aceasta, în transmisiile planetare precesionale este realizabil prin două soluții interdependente: prima – prin varierea, selectarea configurației parametrilor Z_1 , Z_2 , δ , θ și r , care determină forma profilului dinților roții centrale, și a doua – prin excluderea din angrenare a perechilor de dinți cu contact geometric convex-convex sau/și convex-rectiliniu, cu extinderea zonei de contact al dinților cu geometrie convex-concavă.

Din analiza figurilor 5 și 6 se constată că contactul convex-convex și cel convex-rectiliniu sunt caracteristice conjugării flancurilor cu zona de vârf a dinților roții centrale. Utilizând acest aspect geometric, se asigură posibilitatea modificării formei dintelui, implicit și a caracteristicilor de performanță a contactului, prin scurtarea înălțimii acestuia până la cota ce ar asigura doar un contact convex-concav (fig. 7).

Modificând forma dintelui roții centrale prin scurtarea înălțimii lui (fig. 8), flancurile dinților se conjugă în contact convex-concav la limită în punctul k_2 (fig. 8), iar în zona dintre acesta și vârful dintelui modificat, flancurile se conjugă în contact convex-rectiliniu. Așadar, în funcție de înălțimea modificată a dinților roții centrale și de configurația parametrică Z , δ , β , θ , ± 1 , care ar asigura transformarea mișcării cu raport de transmitere constant, putem asigura angrenare singulară, bipară, tripară etc., adică putem interveni asupra multiplicității angrenării frontale și de referință.

În baza simulărilor computerizate pe modele virtuale, s-a constatat că la varierea unghiului de precesie al arborelui cu manivelă $0 < \psi < 37^\circ$, contactul convex-concav se asigură în perechile de dinți conjugate în contactele k_0 , k_1 , k_2 și k_3 , prezentate în desfășurata profilogramei dinților în figura 8.

Astfel, spre exemplu, pentru angrenajul cu parametrii geometrici $Z_1=29$, $Z_2=30$, $R=75\text{ mm}$, $r=5,0\text{ mm}$, $\theta=2,5^\circ$, $\delta=30^\circ$, $\beta=3,8^\circ$, contactul dinților se caracterizează prin următoarea geometrie (fig. 9): în contactul k_0 corespunzător unghiului de precesie al arborelui cu manivelă $\psi=0^\circ$, diferența razelor de curbură dintre profilurile roții centrale și a roții satelit $\rho_1 - r = 5,26 - 5,0 = 0,26\text{ mm}$ în punctul de contact k_1 corespunzător unghiului de precesie $\psi=12,84^\circ$; $\rho_1 - r = 5,78 - 5,0 = 0,78\text{ mm}$ (prima pereche de dinți angrenați); în punctul de contact k_2 corespunzător unghiului de precesie $\psi=25,68^\circ$, $\rho_1 - r = 11,3 - 5,0 = 6,3\text{ mm}$ (a doua pereche de dinți angrenați); în punctul de contact k_3 corespunzător unghiului de precesie $\psi=38,53^\circ$, $\rho_1 - r = 225 - 5,0 = 220\text{ mm}$ (a treia pereche de dinți angrenați ș. a. m. d.).

Se constată că, variind parametrii Z , β , δ , θ și coraportul dinților ± 1 , modificând forma dinților roții centrale, se poate proiecta angrenarea precesională dințată singulară, bipară, tripară sau cvadripară etc. În angrenarea tripară, prezentată în figura 9, la rotirea arborelui cu manivelă, punctul de contact al fiecărei perechi de dinți improvizează o mișcare oscilatorie pe o traiectorie cu amplitudinea $A = Rtg\theta$, cu perioada $P = 2\pi RZ_2/Z_1$ și cu originea în punctul k_0 , iar zona de angrenare concomitentă a dinților portanți de sarcină se extinde de la contactul k_0 până la k_i .

La rotirea arborelui cu manivelă, fiecare pereche de dinți în contactele k_i efectuează o mișcare improvizată pe aceeași traiectorie, deplasându-se imaginar, de exemplu, din contactul k_0 al dintelui roții satelit pe fundul dintelui roții centrale (fig. 8) către contactul k_0 format de perechea de dinți (premergătoare) după rotirea arborelui cu manivelă cu unghiul $\psi = 360 \cdot Z_2 / Z_1^2$. În această evoluție, în timp ce unghiul de poziție al arborelui cu manivelă ψ crește în intervalul $0 < \psi < 360 \cdot Z_2 / Z_1^2$, contactul k_1 se deplasează spre poziția contactului k_0 (vezi k_0 din perechea precedentă de dinți, conjugată pe fundul dintelui roții centrale), contactul k_2 – către k_1 , contactul k_3 – către k_2 , iar perechea de dinți premergătoare primelor trei formează un nou contact k_3 ș.a.m.d., astfel încât în angrenarea concomitentă să se păstreze un număr constant de perechi de dinți. Perechile de dinți concomitent angrenate, în mișcarea precesională a roții satelit, se păstrează ca număr constant (proiectat), iar contactele acestora migrează, respectând principiul de similaritate între ele în funcție de ψ .

În transmisiile mecanice clasice, pentru asigurarea transformării mișcării cu raport de transmitere constant, este necesar ca la ieșirea unei perechi de dinți din angrenare, perechea premergătoare să fie deja în angrenare, astfel se asigură gradul de acoperire $\varepsilon > 1$.

În angrenajul precesional dințat prezentat în figura 9, se află concomitent în angrenare patru perechi de dinți care transmit sarcină și patru perechi de dinți pasive (nu transmit sarcină), amplasate pe de o parte și de alta a contactului k_0 . La rotirea arborelui cu manivelă, perechea de dinți conjugată în contactul k_0 iese din angrenare, iar perechea cu

poziția 5 formează un nou contact k_4 purtător de sarcină, astfel păstrându-se constant patru perechi de dinți purtătoare de sarcină.

În conformitate cu figura 9, fiecare dintre cele patru perechi de dinți simultan angrenate are coordonate unghiulare exprimate prin poziționarea arborelui cu manivelă în funcție de unghiurile la centru $\psi_{k_1} \dots \psi_{k_4}$ crescând de la contact la contact cu pasul $\psi = 360 Z_2 / Z_1^2$. Toate cele patru perechi de dinți solicitate cu sarcină se rotesc în jurul axei Z cu viteza unghiulară $\dot{\psi}$ și coordonata de start amplasată în planul P ce trece prin contactul k_0 .

În figura 9 sunt prezentate pozițiile contactelor $k_0 \dots k_4$ și a punctului 5 de pe profilul dintelui roții satelit corespunzătoare unghiurilor de poziționare $\psi_{k_0} = 0^\circ$, $\psi_{k_1} = 15,6^\circ$, $\psi_{k_2} = 31,2^\circ$, $\psi_{k_3} = 46,8^\circ$, $\psi_{k_4} = 62,4^\circ$ și $\psi_{k_5} = 78,0^\circ$, determinată din relația $\psi_{k_i} = 360i Z_2 / Z_1^2$, unde $i = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ este numărul de ordine a contactului. Diferența razelor de curbura ($\rho_1 - r$) a flancurilor angrenate se calculează prin alternanță, variind parametrii geometrice Z , δ , β , θ și coraportul dinților ± 1 .

Este de menționat, că analogic cu angrenajul precesional dințat cu patru perechi de dinți concomitent angrenate, prezentat în figura 9, pot fi proiectate angrenaje cu trei, două și o pereche de dinți în angrenare, modificând corespunzător forma profilului dinților roții centrale și ai roții satelit prin scurtarea respectivă a înălțimii dinților ambelor roți angrenate.

3. Influența coraportului numerelor de dinți ai roților conjugate asupra cinematicii punctului de contact și a formei profilului de flanc al dinților.

În angrenajele precesionale dințate, spre deosebire de cele cu bolțuri, transformarea și transmiterea mișcării și a sarcinii au loc cu prezența alunecării relative de frecare între flancurile dinților, dependentă de cinematica punctului de contact a dinților, în special, de coraportul numerelor de dinți ale coroanelor conjugate $Z_1 = Z_2 - 1$ sau $Z_1 = Z_2 + 1$.

De aceea, calculul și proiectarea angrenajelor precesionale dințate, spre deosebire de cele clasice, inclusiv precesionale cu bolțuri, includ un algoritm aparte privind proiectarea geometriei contactului dinților, care în general definește capacitatea portantă și randamentul mecanic al transmisiei.

Proiectarea geometriei contactului dinților din angrenajul precesional dințat se rezumă la identificarea formei contactului (a se vedea figura 10 a, b) și a parametrilor geometriei acestuia, la determinarea cinematicii punctului de contact al flancurilor considerat ca tribosistem – toate supuse scopului de a spori portanta și randamentul mecanic al contactului dinților.

În figura 11 a) este prezentată profilograma dinților roților conjugate pentru configurația parametrilor $Z_1=24$, $Z_2=25$, $\theta=3,5^\circ$, $\delta=22,5^\circ$, $r=6,27 \text{ mm}$, $R=75 \text{ mm}$ și coraportul numărului dinților $Z_1=Z_2-1$, în figura 11 b) în configurația parametrilor diferă coraportul numărului dinților $Z_1=Z_2+1$, adică $Z_1=25$ și $Z_2=24$ și $\delta=0^\circ$, iar în figura 11 c), coraportul numărului dinților $Z_1=Z_2+1$ și unghiul axoidei conice $\delta=22,30^\circ$.

4. Diminuarea unghiului de presiune dintre profilurile de flanc al dinților conjugate.

Din figura 12 se constată că în angrenarea precesională în dependență de parametrii Z , δ , θ , r și $Z_1 = Z_2 - 1$ (a) și multiplicitatea de referință $\varepsilon_f = 100\%$, punctele de contact $k_0 \dots k_5$ ale flancurilor dinților se plasează pe porțiunea profilului dintelui roții centrale cu unghiul de presiune între flancurile dinților conjugate $\alpha = 31^\circ$, iar pentru parametrii (b) și $\varepsilon_f = 73\%$ $\alpha = 14^\circ$. Micșorarea unghiului de presiune α conduce la micșorarea sarcinii statice și dinamice din rulmenții arborilor și a roții satelit.

Deci, spre deosebire de cele clasice, în transmisia precesională profilul dinților roților centrale este variabil, fapt ce conduce la varierea geometriei contactului dinților în unul și același angrenaj, trecând dintr-o formă în alta, și anume de la convex-concavă la piciorul dintelui roții centrale la convex-rectilinie către mijlocul dintelui și convex-convexă către vârful dintelui.

5. Alunecare relativă între flancurile dinților în angrenare.

Cinematica punctului de contact al dinților în angrenare precesională și forma geometrică a flancurilor dinților conjugate reprezintă două caracteristici determinante ale randamentului mecanic și ale capacității portante a contactului.

Randamentul mecanic al angrenajului este expresia pierderilor energetice generate de forțele de frecare cu alunecare dintre flancurile dinților conjugate, iar capacitatea portantă a contactului convex-concav rezultă din mărimea diferenței razelor de curbura ale acestora.

Din aceste considerente, cinematica și geometria contactului în angrenare (fig. 13) se examinează pentru angrenări cu configurații parametrice Z , δ , β , θ diferite între ele doar prin coraportul numerelor de dinți $Z_1 = Z_2 \pm 1$ și

unghiul axoidei conice $\delta \geq 0^\circ$. Din cele menționate, configurația generalizată poate fi exprimată prin parametrii $Z_1 = 24(25)$, $Z_2 = 25(24)$, $\theta = 3,5^\circ$, $\delta = 22,5^\circ (0^\circ)$, $r = 6,27 \text{ mm}$ și $R = 75 \text{ mm}$.

Analiza cinematicii în punctele de contact $k_0, k_1, k_2 \dots k_i$ corespunzătoare unghiurilor de poziționare a arborelui cu manivelă, are loc prin varierea vitezelor liniare ale punctelor de contact E_1 de pe profilul dinților roții centrale și E_2 de pe profilul dinților roții satelit și a vitezei relative de alunecare dintre flancuri $V_{al_{k_i}}$, iar geometria contactului dinților se prezintă prin razele de curbură ρ_{k_i} ale profilului dinților roților centrale și ale profilului dinților roții satelit r și diferența lor $(\rho_1 - r)$. Analiza cinematicii contactului dinților se efectuează pentru frecvența de turații a arborelui cu manivelă $n_1 = 3000 \text{ min}^{-1}$.

Astfel, în angrenarea Z, δ, β, θ cu coraportul numerelor de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$ și unghiul axoidei conice $\delta = 22,5^\circ$, prezentată în figura 14 a), în contactul dinților k_0 viteza liniară $V_{E_1} = 9,83 \text{ m/s}$, $V_{E_2} = 9,69 \text{ m/s}$, $V_{al_{k_0}} = 0,14 \text{ m/s}$, iar raza de curbură a profilului dinților roții centrale $\rho_{k_0} = 6,43 \text{ mm}$, a dinților roții satelit $r = 6,27 \text{ mm}$ și diferența lor $(\rho_{k_0} - r) = 0,16 \text{ mm}$ (fig. 14 b).

Odată cu creșterea coordonatei unghiulare de la o pereche conjugată la alta cu pasul $\psi = 360i Z_2 / Z_1$, spre exemplu, de la coordonata unghiulară $\psi_{k_0} = 0^\circ$ până la $\psi = 15,6^\circ$ atribuirea contactului k_1 , vitezele liniare V_{E_1} și V_{E_2} se micșorează, înregistrând în contactul k_1 diferența $V_{al_{k_1}} = V_{E_1 k_1} - V_{E_2 k_2} = 0,34 \text{ m/s}$, iar diferența razelor de curbură ale flancurilor dinților conjugați în $(\rho_{k_2} - r) = 1,17 \text{ mm}$; în contactele k_2 corespunzător $\psi = 31,2^\circ$, $V_{al} = 0,67 \text{ m/s}$ și diferența razelor de curbură $(\rho_{k_2} - r) = 9,55 \text{ mm}$; în contactul k_3 corespunzător $\psi = 46,8^\circ$, $V_{al} = 0,99 \text{ m/s}$, iar geometria contactului dinților trece din convex-concavă în convex-convexă, cu raza de curbură exterioară a profilului dinților roții centrale $\rho_{k_3} = 57,66 \text{ mm}$. În figura 14 c) este prezentată evoluția geometriei de la contactul k_0 către contactul k_4 .

În tabelul 1 este prezentată argumentarea și justificarea limitelor de variere a valorilor gradului de acoperire frontală ε_f a perechilor de dinți aflate simultan în câmpul de angrenare, a unghiului axoidei conice δ , a unghiului de nutație θ dintre axele manivelei și ale roților conice centrale, precum și a razei arcului de cerc r a profilului de flanc al numărului de dinți Z ai coroanei roții satelit în secțiunea cu diametrul D , care în ansamblul lor asigură conjugarea dinților în contact convex-concav și micșorarea diferenței curburilor flancurilor conjugate și a vitezei relative de alunecare în contactele dinților.

Tabelul 1

Argumentarea limitelor de variere a parametrilor angrenării precesionale conform primei realizări a transmisiei

Parametrul	Limita inferioară	Limita superioară
Gradul de acoperire frontală ε_f a dinților aflați simultan în câmpul de angrenare.	$\varepsilon_f = 1,5$ perechi de dinți. Micșorarea $\varepsilon_f < 1,5$ conduce la sensibilizarea influenței deformabilității dinților (altor elemente ale angrenării) și ale erorilor tehnologice de execuție (a profilului și pasului dinților etc.) asupra preciziei cinematice a angrenării, precum și asupra respectării principiului de bază a legii fundamentale a angrenării $\omega_5 / \omega_8 = const$.	$\varepsilon_f = 4,0$ perechi de dinți. Majorarea $\varepsilon_f > 4,0$ conduce la majorarea alunecării relative de frecare în contactele dinților și a diferenței curburilor flancurilor conjugate, fapt ce favorizează creșterea pierderilor energetice în angrenare și diminuarea randamentului mecanic.
Unghiul axoidei conice al angrenării δ .	$\delta = 0^\circ$, grade. În cazul în care $Z_{1(4)} = Z_{2(3)} - 1$, micșorarea unghiului axoidei conice	$\delta = 30^\circ$, grade. În cazul în care $Z_{1(4)} = Z_{2(3)} - 1$, majorarea unghiului axoidei

	$\delta < 0^\circ$ conduce la majorarea razei curburii profilurilor de flanc al dinților roților centrale în punctele de contact și, respectiv, la majorarea diferenței curburilor flancurilor în punctele de contact, deoarece $r = const$, iar capacitatea portantă și randamentul mecanic se micșorează.	conice $\delta > 30^\circ$ conduce la interferența profilurilor dinților roților centrale și ale traiectoriilor originii razei de curbură a profilurilor arcurilor de cerc ai dinților coroanelor roții satelit.
Unghiul de nutație θ dintre axele manivelei și ale roților conice centrale.	$\theta = 1,5^\circ$, grade. Micșorarea unghiului de nutație $\theta < 1,5^\circ$ conduce la majorarea unghiului de presiune între flancurile conjugate, ceea ce favorizează sporirea sarcinii în rulmenții roții satelit, arborilor conducători și condus, inclusiv a pierderilor energetice în angrenări.	$\theta = 7^\circ$, grade. Majorarea unghiului de nutație $\theta > 7^\circ$ conduce la majorarea razei de curbură a profilului de flanc al dinților roților centrale în punctele de contact a primelor patru perechi de dinți aflate în câmpul de angrenare și la sporirea dinamicității sarcinii în angrenare.
Raza r a arcului de cerc al profilului de flanc al numărului de dinți Z ai coroanei roții satelit în secțiunea cu diametrul D .	$r = 1,0D/Z, mm$. Micșorarea razei de curbură $r < 1,0D/Z$ conduce la transformarea angrenării flancurilor dinților celor patru perechi de dinți aflate simultan în câmpul angrenării cu contact cu geometrie convex-concavă în contact cu geometrie convex-rectilinie sau convex-concavă.	$r = 1,57D/Z, mm$. Depășirea valorii razei $r > 1,57$ conduce la nerespectarea raportului lungimilor de pas ale dinților coroanelor roții satelit și ale roții centrale reieșind din condiția coraportului numerelor de dinți $Z_{1(4)} = Z_{2(3)} - 1$.

Varierea acoperirii frontale cuprinsă în limitele $1,5 \leq \varepsilon_f \leq 4,0$ perechi de dinți aflați simultan în câmpul de angrenare, a unghiului axoidei conice în limitele $0^\circ \leq \delta \leq 30^\circ$ și de nutație în limitele $1,5 \leq \theta < 7^\circ$, precum și a razei r arcurilor de cerc ale profilului de flanc al dinților coroanelor roții satelit în limitele $1,0D/Z, mm \leq r \leq 1,57D/Z, mm$, asigură existența geometriei convex-concavă în contactele perechilor de dinți aflate în zona angrenării cu micșorarea diferenței curburilor de până la $(0,02 - 1,5)D/Z, mm$ și a unghiului de presiune α între flancuri de până la 15° , precum și micșorarea vitezei relative de alunecare între flancurile dinților conjugăți.

Aceste soluții tehnice favorizează majorarea capacității portante și a randamentului mecanic al transmisiei.

O altă deosebire a transmisiei constă în aceea că dinții roților centrale fixă 6 și mobilă 7, cât și a coroanelor 3 și 4 a roții satelit 2 sunt executați înclinați, ceea ce asigură sporirea cotei de rostogolire pură a flancurilor dinților angrenați cu interacțiune sferospațială dependentă de unghiurile de nutație θ și de înclinare β , și majorarea lungimii sumare a liniilor de contact, cu intrarea treptată a acestora în câmpul de angrenare.

Conform modalității de executare a transmisiei cu dinții roților conice centrale și ale coroanelor dințate ale roții satelit executați înclinați, linia sumară l_Σ de contact al dinților în angrenarea cu dinți înclinați se determină din condiția angrenării frontale ε_f a unui anumit număr de perechi de dinți ($\varepsilon_f = 1, 2, 3, \dots$), dar nu mai puțin de o pereche ($\varepsilon_{f, \min} = 1$). În cazul $\varepsilon_{f, \min} = 1$ rezultă că o pereche de dinți intră în angrenare, în timp ce perechea anterioară iese din angrenare.

În conformitate cu condiția de asigurare a continuității angrenării și a mersului lent al transmisiei, este necesar ca gradul de acoperire a dinților să fie $\varepsilon_m > 1$. Astfel, în cazul $\varepsilon_{f, \min} = 1$ se propune înclinarea dinților sub unghiul

β_g , care ar asigura un grad de acoperire longitudinală (axială).

$$\varepsilon_f^\beta = \frac{b_w Z_1 \sin \beta_g}{2\pi Z_2}. \quad (19)$$

În figura 15 se prezintă lungimea, varierea și poziționarea liniilor de contact al dinților înclinați angrenați în limitele zonei de acoperire, care se extinde la unghiul de centru α .

Din analiza succesivității intrării și ieșirii perechilor de dinți din zona angrenării, se constată că gradul de acoperire a dinților în angrenare și, respectiv, lungimea sumară a liniilor de contact al dinților angrenați, depinde de acoperirea frontală ε_f^β , determinată de multiplicitatea angrenării frontale ε_f și de acoperirea longitudinală ε_a , dependentă

de unghiul de înclinare a dinților β_g , inclusiv de parametrii configurației Z, δ, θ și coraportul numerelor dinților roților angrenate, și de modificarea înălțimii dinților. De asemenea, se observă că liniile de contact între dinții înclinați sunt poziționați în spațiu, astfel încât, prelungirile lor sunt tangente la cilindrul cu raza e .

Trebuie de menționat că înclinarea dinților conduce la diminuarea alunecării cu frecare în contactul dinților angrenați, deoarece conjugarea dinților pentru aceeași parametri ai configurației Z, δ, β, θ și $Z_1 = Z_2 \mp 1$ are loc cu o cotă majorată de rostogolire pură a dinților în funcție de unghiul θ .

Spre deosebire de dinții drepti, cei înclinați nu intră în angrenare concomitent pe toată lungimea, ci treptat, cu un anumit decalaj al unghiului ψ , dependent de unghiul de înclinare β și lungimea dintelui b_w .

Amplasarea liniilor de contact în angrenarea cu contact concav-concav al dinților înclinați în limitele câmpului de angrenare este prezentată în figura 16. La rotirea arborelui cu manivelă ω_1 , liniile de contact al dinților angrenați se deplasează în câmpul de angrenare în direcția indicată de săgețile A și B.

În figura 16 (a) cu o pereche de dinți în angrenare frontală $\varepsilon_f = 1$, în câmpul de angrenare sunt cuprinse trei perechi de dinți înclinați, unde perechea 2 contactează pe toată lungimea $2-2'$ al dinților, perechea 1 – pe lungimea $1-1'$, iar perechea 3 - $3-3'$.

În cadrul unui ciclu precesional (o turație a arborelui cu manivelă), odată cu creșterea unghiului de poziționare al arborelui cu manivelă $\Delta\psi$ (fig. 16, a), lungimea liniei de contact $3-3'$ crește cu Δl prin deplasarea punctului 3 către punctul $3'$ iar lungimea liniei de contact $1-1'$ se micșorează cu aceeași lungime Δl prin deplasarea punctului 1 către $1'$. Evoluția lungimii sumare a liniilor de contact $1-1', 2-2'$ și $3-3'$ pentru orice valoare ψ rămâne constantă, $l_\Sigma = const$.

În cazul angrenării cu două perechi de dinți în angrenare frontală $\varepsilon_f = 2$, prezentată în figura 16 (b), în câmpul angrenării se află perechile de dinți cu contactul 2 și 3 pe toată lungimea dinților. La rotirea arborelui-manivelă cu valoarea unghiulară $\Delta\psi$, lungimea liniei de contact $4-4'$ crește cu Δl prin deplasarea punctului 4 către $4'$, iar lungimea liniei de contact $1-1'$ se micșorează cu aceeași lungime Δl prin deplasarea punctului 1 către $1'$. Lungimea sumară a liniilor de contact pentru orice valoare a unghiului ψ este constantă, $l_\Sigma = const$.

În angrenarea precesională, dinții înclinați se încarcă cu sarcină treptat, pe măsura intrării lor în câmpul de angrenare, iar în angrenare permanent se află minimum două perechi de dinți:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_f^\beta + \varepsilon_a^\beta. \quad (20)$$

Angrenarea precesională cu dinți înclinați poate funcționa și fără acoperire frontală, deci cu $\varepsilon_f^\beta > 1$, dacă va fi asigurată acoperirea axială ε_β , adică $b_w > (2\pi Z_2) / (Z_1 tg \beta)$. În angrenarea precesională cu dinți înclinați, sarcina între dinții concomitent angrenați se distribuie proporțional lungimilor liniilor de contact al perechilor de dinți solicitate cu sarcină.

Este evident că sarcina specifică pe dinți q se micșorează odată cu majorarea lungimii sumare a liniilor de contact $l_\Sigma = \varepsilon_m b_w \sin \delta / \cos \beta$, iar l_Σ nu se modifică în timp, fiindcă micșorarea lungimii liniei de contact $1-1'$ a dinților în orice poziție ψ a arborelui cu manivelă se compensează cu o creștere egală a lungimii liniei de contact $3-3'$ (fig. 16). Este evident că în cazul respectării $l_\Sigma = const$, sarcina pe dinți nu se va modifica în timp, iar emisia de zgomot și sarcinile dinamice se vor micșora.

Totodată, se poate de constatat că în angrenare contactul convex-concav al dinților conjugați în angrenarea frontală (fig. 14) este format din profiluri de flanc cu diferența mică a razelor de curbură (fig. 14 b), iar pentru aceeași lățime a danturii, lungimea liniilor de contact crește, fapt ce duce la micșorarea sarcinii specifice pe dinți.

Efectul maximal produs de dinți înclinați ai angrenării constă în diminuarea esențială a vitezei relative V_{al} de alunecare dintre flancuri (fig. 15), datorată înlocuirii acesteia cu rostogolirea pură a dinților în cote asigurate de unghiul ψ_r (fig. 16 a, b) dependent de unghiul de înclinare β al dinților, de lungimea dintelui b_w și unghiul de rotație θ al mișcării sferospațiale a roții satelit.

Alegerea optimă (a se vedea figura 14) a perechii de dinți conjugați, considerați de referință se bazează pe trei considerații și anume: diferența razelor de curbură ale profilurilor de flanc în contact $(\rho_k - r) = \min$, viteza de alunecare dintre flancuri în contact $V_{al} = \min$, unghiul de presiune α_w al profilului de flanc al dinților roților centrale $\alpha_w = \min$. Toți acești parametri de geometrie și de cinematică, corespunzători perechilor de dinți conjugați, depind de poziționarea contactului dinților acestora în câmpul angrenării determinată de unghiul de precesie ψ .

Din analiza figurii 14 observăm că condițiile $(\rho_k - r) = \min$ și $V_{al} = \min$ pot fi realizate prin micșorarea unghiului ψ , iar condiția $\alpha_w = \min$ - prin majorarea unghiului ψ . Aceste trei condiții definesc geometric și cinematic parametrii de contact al flancurilor dinților angrenați, care ar asigura randament și capacitate portantă înalte și solicitare statică minimă a reazemelor arborelui cu manivelă și ale roții satelit.

Conform celei de-a doua realizare a transmisiei (fig. 17), una din coroanele dințate conice 3 sau 4 ale roții satelit 2 are unghiul axoidei conice $\delta = 0^\circ$ și este executată din bolțuri cu numărul de bolțuri unu mai puțin sau mai mult decât numărul de dinți al roții dințate conice centrale cu care angrenează, ceea ce asigură unghiul de presiune între flancurile conjugate $\alpha \leq 45^\circ$ și majorarea posibilităților cinematice. Angrenarea $(Z_3 - Z_4)$ este executată plană cu unghiul axoidei conice $\delta = 0^\circ$ din coroana dințată 4 executată din bolțuri cu numărul de bolțuri unu mai puțin sau mai mult decât numărul de dinți ale roții centrale 7 cu care angrenează $Z_4 = Z_3 \pm 1$.

Deci, deosebirea dintre prima realizare a transmisiei față de a doua realizare a transmisiei (fig. 17) constă în specificul constructiv al roții satelit 2 în care angrenarea $(Z_1 - Z_2)$ geometric este analogică cu angrenarea $(Z_1 - Z_2)$ a transmisiei din figura 2 (b), iar angrenarea $(Z_3 - Z_4)$ este executată din coroana dințată 4 cu bolțuri amplasate într-o coroană plană cu unghiul axoidei conice $\delta = 0$. Teoretic și prin simulări computerizate în baza modelelor matematice s-a constatat că în angrenările plane cu $\delta = 0$, coraportul numerelor de dinți $Z_4 = Z_3 + 1$ sau $Z_4 = Z_3 - 1$ nu influențează asupra formei profilului dinților roții centrale 7 și, respectiv, asupra geometriei contactului dinților. În cazul $Z_4 = Z_3 + 1$ se constată prezența mai mare a alunecării relative de frecare în contact, care se exclude din zona contactului dinților prin utilizarea coroanei dințate 4, executate cu bolțuri.

Cel puțin una din coroanele dințate conice 3 sau 4 ale roții satelit 2 este executată din bolțuri cu numărul de bolțuri unu mai puțin decât numărul de dinți al roții centrale conice angrenate și are unghiul axoidei conice $\delta > 0^\circ$, ceea ce asigură unghiul de presiune între flancurile conjugate $\alpha > 45^\circ$ și ceea ce favorizează funcționarea transmisiei în regim de multiplicator.

Este de menționat, că în conformitate cu figura 18, angrenarea $(Z_3 - Z_4)$ de asemenea este executată cu bolțuri, dar cu unghiul axoidei conice $\delta > 0$ și cu un bolț mai puțin decât numărul de dinți al roții centrale cu care angrenează.

Această configurație cu $\delta > 0$ și $Z_4 = Z_3 + 1$, asigură majorarea unghiului de presiune α între flancurile dinților roții centrale 7 și bolțurilor coroanei 4 ale roții satelit 2, fapt ce favorizează din punct de vedere al pierderilor energetice transformarea mișcării de rotație a arborelui cu manivelă 5 în mișcare sferospațială a roții satelit 2 prin utilizarea efectului de pantă înclinată. Astfel, se asigură funcționarea transmisiei de funcționare în regim de multiplicator cu multiplicitatea rotațiilor de la arborele 8 către arborele 5.

Transmișiile planetare precesionale, conform ambelor realizări, (fig. 19) pot fi caracterizate și prin faptul că roata satelit 2 este montată pe sprijinul sferic 9, amplasat pe arbore condus 8, în centrul ei de precesie și coaxial cu roata dințată conică centrală mobilă 7, totodată roata satelit 2 este dotată cu semiaxul 10, la capătul căruia este montat rulmentul 11, legat cinematic cu arborele cu manivelă 5.

Această caracterizare funcționează în modul următor.

Mișcarea de rotație a arborelui manivelă 5 (sau a arborelui motorului electric) (fig. 19) se transformă în mișcare sferospațială a roții satelit 2 prin intermediul rulmentului 11, montat pe extremitatea semiaxului 10 a roții satelit 2, care, la rândul său, este legat cinematic cu arborele cu manivelă 5. Roata satelit 2 antrenată în mișcarea sferospațială cu frecvența ciclurilor de precesie egală cu ale turațiilor motorului electric își angrenează dinții și/sau bolțurile coroanelor 3 și 4 cu dinții roților centrale fixă 6 și mobilă 7. În rezultat arborele condus 8 se va roti cu frecvența turațiilor redusă cu raportul de transmitere:

$$i_{HV}^B = - \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4}. \quad (20)$$

Astfel, se asigură majorarea capacității portante și a randamentului mecanic, precum și majorarea posibilităților cinematice și funcționale, iar capacitatea portantă a angrenajelor transmisiilor mecanice depinde de gradul de acoperire și de geometria contactului dinților și/sau bolțurilor în angrenare.

Reieșind din aceste considerente, analiza capacității portante a transmisiei planetare precesionale, conform invenției, în comparație cu cele mai performante transmisii existente, spre exemplu Wildhaber-Novikov (W-N) ne demonstrează următoarele:

1. În cazul respectării similarității geometriei contactului convex-concav cu diametre egale ale angrenajelor, diferența razelor de curbură în angrenajul (W-N) este estimată cu $(R_1 - R_2) m_n = (1,55 - 1,4) m_n$, unde m_n este modulul normal al angrenajului, iar în angrenajul precesional revendicat, diferența curburilor flancurilor în primele trei perechi de dinți ($\rho_{ki} - r$) respectiv este de 0,16 mm, 1,17 mm, 9,55 mm (fig. 14) (pentru un angrenaj cu diametrul median echivalent $d_m = 150$ mm).

Totodată este de menționat că în angrenajul (W-N) acoperirea frontală a dinților constituie doar $\varepsilon_f = (0,85 - 0,95)$ perechi de dinți, iar în transmisia planetară precesională, conform invenției propuse, este $\varepsilon_f = (1,5 - 4,0)$ perechi de dinți aflate simultan în câmpul de angrenare.

2. Randamentul mecanic al unui angrenaj cu roți dințate depinde de viteza relativă de alunecare cu frecare între flancurile conjugate. Din analiza graficelor prezentate în fig. 14 este evident că viteza relativă de alunecare în primele trei perechi de dinți conjugăți în angrenarea precesională este mai mică decât în angrenajele evolventice clasice, inclusiv în angrenajul (W-N).